Total No. of printed pages : 31 **Roll No.**

607 R / 607 E

Regular / Ex-Regular

M

(Arts / Science)

Section-A : (As per 2014 Syllabus)

Section-B : (As per 2011 to 2013 Syllabi)

(Students are required to give their answers of any one Section according to the Syllabus)

SET – C

2014 (A)

ARTS / SCIENCE

MATHEMATICS

Full Marks - 100

Time : 3 Hours

SECTION – A

(As per 2014 Syllabus)

*Answer **all** questions as per instructions given in each.*

ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରଶ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ନିର୍ଦ୍ଦେଶ ଅନୁଯାୟୀ ସମସ୍ତ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ ।

The figures in the right-hand margin indicate marks.

ଦକ୍ଷିଣ ପାର୍ଶ୍ୱ ମାର୍ଜିନ୍‌ରେ ନମ୍ବର ସୂଚିତ ହୋଇଅଛି ।

P.T.O.

Electronic gadgets are not allowed in the examination hall.

ପରୀକ୍ଷା ହଲରେ ଇଲେକ୍ଟ୍ରୋନିକ ଯନ୍ତ୍ରର ବ୍ୟବହାର ନିଷେଧ ଅଟେ ।

Group – A

କ – ବିଭାଗ

(Marks – 10)

(୧୦ ନମ୍ବର)

1. Answer **all** the questions : 1×10=10

ସମସ୍ତ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ :

(a) Is $\vec{0}$ unique ?

$\vec{0}$ ଅନନ୍ୟ ଅଟେ କି ?

(b) If a_{ij} is the element in the ith row and jth column of a 3rd order determinant whose value is 1 and C_{ij} is the cofactor of a_{ij} then what is the value of $a_{11}(C_{11}+C_{21}) + a_{12}(C_{12}+C_{22}) + a_{13}(C_{13}+C_{23})$?

ଯଦି a_{ij} 1 ମୂଲ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ତୃତୀୟ ବର୍ଗ ଡିଟରମିନାଣ୍ଟର ith ଧାଡ଼ି ଓ jth ସ୍ତମ୍ଭର ଉପାଦାନ ହୋଇଥାଏ ଓ C_{ij} a_{ij} ର ସହ-ଉତ୍ପାଦକ, ତେବେ $a_{11}(C_{11}+C_{21}) + a_{12}(C_{12}+C_{22}) + a_{13}(C_{13}+C_{23})$ ର ମୂଲ୍ୟ କେତେ ?

(c) Under which conditions the straight line

$$\frac{x-a}{l}=\frac{y-b}{m}=\frac{z-c}{n}$$

intersects the plane $Ax+By+Cz+D=0$ at a point other than (a, b, c) ?

କେଉଁ ସର୍ତ୍ତରେ

$$\frac{x-a}{l}=\frac{y-b}{m}=\frac{z-c}{n}$$

ସରଳରେଖାଟି $Ax + By + Cz + D = 0$ ସମତଳକୁ (a, b, c) ବ୍ୟତୀତ ଅନ୍ୟ ଏକ ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରିବ ?

(d) Write a logarithmic function which is differentiable only in the open interval (–1, 1.)

କେବଳ (–1, 1) ମୁକ୍ତ ଅନ୍ତରାଳରେ ଅବକଳନୀୟ ହେଉଥିବା ଏକ ଲଗାରିଥମିକ୍ ଫଳନ ଲେଖ ।

(e) If an event A is independent of itself then what is P(A) ?

A ନିଜଠାରୁ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ଘଟଣା ହୋଇଥିଲେ P(A) କେତେ ?

(f) What do you mean by integration ? Write your answer in one sentence.

ସମାକଳନର ଅର୍ଥ କ'ଣ ? ଗୋଟିଏ ବାକ୍ୟରେ ଉତ୍ତର ଲେଖ ।

(g) What is the value of

$${}^{20}C_3 + {}^{20}C_4 + {}^{20}C_5 + \dots + {}^{20}C_{17}\ ?$$

${}^{20}C_3 + {}^{20}C_4 + {}^{20}C_5 + \dots + {}^{20}C_{17}$ ର ମୂଲ୍ୟ କେତେ ?

(h) Write the differential equation of the family of straight lines parallel to the y-axis.

y-ଅକ୍ଷ ସହିତ ସମାନ୍ତର ହୋଇଥିବା ସରଳରେଖା କୁଳର ଅବକଳ ସମୀକରଣ ଲେଖ ।

(i) How many straight lines in space through the origin are equally inclined to the co-ordinate axes ?

ସ୍ପେସ୍‌ରେ ମୂଳ ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ଯାଇଥିବା ଓ ସ୍ଥାନାଙ୍କ ଅକ୍ଷମାନଙ୍କ ସହିତ ସମାନ ସମାନ ଆନତ କେତୋଟି ସରଳରେଖା ହୋଇପାରିବ ?

(j) Write a function which has both relative and absolute maximum at the point (1, 2).

(1, 2) ବିନ୍ଦୁଠାରେ ଉଭୟ ସ୍ଥାନୀୟ ଓ ପରମ ଗରିଷ୍ଠ ମାନ ଥିବା ଏକ ଫଳନ ଲେଖ ।

Group – B

ଖ – ବିଭାଗ

(Marks – 60)

(୬୦ ନମ୍ବର)

2. Answer any **five** questions : 3×5=15

ଯେକୌଣସି ପାଞ୍ଚଟି ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ :

(a) Evaluate :

ମୂଲ୍ୟ ନିରୂପଣ କର :

$$\lim_{x \to 0} \left(\frac{\sin x}{x}\right)^{\frac{1}{x}}.$$

(b) Examine the differentiability of $\ln x^2$ for all real values of x.

x ର ସମସ୍ତ ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟା ମୂଲ୍ୟ ପାଇଁ $\ln x^2$ ର ଅବକଳନୀୟତା ପରୀକ୍ଷା କର ।

(c) Interpret Lagrange's mean value theorem geometrically.

ଲାଗ୍ରାଞ୍ଜଙ୍କ ମାଧ୍ୟମାନ ପ୍ରମେୟର ଜ୍ୟାମିତିକ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କର ।

(d) Show that no two normals to a parabola are parallel.

ଦର୍ଶାଅ ଯେ ଏକ ପାରାବୋଲା ପ୍ରତି ଯେକୌଣସି ଦୁଇଟି ଅଭିଲମ୍ବ ସମାନ୍ତର ହୋଇପାରିବେ ନାହିଁ ।

(e) Does there exist a homogeneous function $u(x, y)$ of degree n such that $u(1, -1) = 1$, $u_{xx}(1, -1) = 2$, $u_{xy}(1, -1) = 1$ and $u_{yy}(1, -1) = -1$? Give reasons to your answer.

n ଘାତ ବିଶିଷ୍ଟ ଏପରି ଏକ ସଜାତୀୟ ଫଳନ $u(x, y)$ ଅଛି କି ଯେପରି କି $u(1, -1) = 1$, $u_{xx}(1, -1) = 2$, $u_{xy}(1, -1) = 1$ ଓ $u_{yy}(1, -1) = -1$ ହେବ ? କାରଣ ସହ ଉତ୍ତର ଲେଖ ।

(f) If $y = e^x \sin x$, then find y_n and $y_n(0)$.

$y = e^x \sin x$ ହେଲେ, y_n ଓ $y_n(0)$ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(g) If $y = \operatorname{cosec}^{-1}x$, then find $\frac{dy}{dx}$ and determine its value at $x = -2$.

$y = \operatorname{cosec}^{-1}x$ ହେଲେ $\frac{dy}{dx}$ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଓ $x = -2$ ରେ ଏହାର ମୂଲ୍ୟ ନିରୂପଣ କର ।

3. Answer any **five** questions : $3 \times 5 = 15$

ଯେକୌଣସି ପାଞ୍ଚଟି ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ :

(a) Find the area of the region bounded by the curve $y = \sin^3 x$ and the straight lines $x = -\frac{\pi}{4}$, $x = \frac{\pi}{4}$ and $y = 0$.

$y = \sin^3 x$ ବକ୍ର ଓ $x = -\frac{\pi}{4}$, $x = \frac{\pi}{4}$ ଏବଂ $y = 0$ ସରଳରେଖାମାନଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ଆବଦ୍ଧ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(b) Find the differential equation whose general solution is $ax^2 + by = 1$, where a and b are arbitrary constants.

ଯେଉଁ ଅବକଳ ସମୀକରଣର ସାଧାରଣ ସମାଧାନ $ax^2 + by = 1$, ଯେଉଁଠାରେ a ଓ b ଯଦୃଚ୍ଛା ଭାବରେ ନିଆଯାଇଥିବା ଧ୍ରୁବକ ସଂଖ୍ୟା ତାହା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(c) Integrate :

ସମାକଳନ କର :

$$\int \frac{dx}{x^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{1}{3}}}.$$

(d) Solve :

ସମାଧାନ କର :

$$(x + y)\, dy + (x - y)\, dx = 0$$

(e) Integrate :

ସମାକଳନ କର :

$$\int \frac{x e^x}{(1+x)^2}\, dx.$$

(f) Find the integrating factor of the following differential equation :

ନିମ୍ନ ପ୍ରଦତ୍ତ ଅବକଳ ସମୀକରଣର ସମାକଳନ ଗୁଣକ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :

$$(1 + y^2)\, dx + (x - e^{-\tan^{-1} y})\, dy = 0.$$

(g) Evaluate :

ମୂଲ୍ୟ ନିରୂପଣ କର :

$$\int_0^{\frac{3}{2}} [x^2]\, dx.$$

4. Answer any **five** questions : $3 \times 5 = 15$

ଯେକୌଣସି **ପାଞ୍ଚଟି** ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ :

(a) Solve the following LPP :

ନିମ୍ନ ପ୍ରଦତ୍ତ LPP ର ସମାଧାନ କର :

Maximize $Z = 20x + 30y$

(ଗରିଷ୍ଠ ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର)

Subject to (ଯେପରି କି) $3x + 5y \leq 15$

$x, y \geq 0.$

(b) Find the equation of a plane parallel to the plane $2x-y+3z+1=0$ and at a distance of 3 units away from it.

$2x-y+3z+1=0$ ସମତଳଠାରୁ 3 ଏକକ ଦୂରତାରେ ଥିବା ଓ ଏହା ସହିତ ସମାନ୍ତର ହୋଇଥିବା ସମତଳର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(c) If the equation

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2\lambda x + 4(\lambda + 1)y + 6z + 10 = 0$$

represents a sphere then find the values of λ.

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2\lambda x + 4(\lambda + 1)y + 6z + 10 = 0$$

ଏକ ଗୋଲକର ସମୀକରଣ ହୋଇଥିଲେ λ ର ମୂଲ୍ୟଗୁଡ଼ିକ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(d) If the sum of two unit vectors is a unit vector then find the magnitude of their difference.

ଦୁଇଟି ଏକକ ଦିଶାଙ୍କର ଯୋଗଫଳ ଏକ ଏକକ ଦିଶାଙ୍କ ହେଲେ ଦିଶାଙ୍କ ଦୁଇଟିର ବିୟୋଗଫଳର ମ୍ୟାଗ୍ନିଚ୍ୟୁଡ୍ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(e) ABCD is a parallelogram. Using vector method prove that the line joining A and the mid-point of $\overline{BC}$ intersects the diagonal $\overline{BD}$ in the ratio 1 : 2.

ABCD ଏକ ସାମନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର । ଦିଶାଙ୍କ ପଦ୍ଧତି ଅନୁସରଣ କରି ପ୍ରମାଣ କର ଯେ A ବିନ୍ଦୁ ଓ BC ର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁକୁ ଯୋଗ କରୁଥିବା ସରଳରେଖା BD କର୍ଣ୍ଣକୁ 1 : 2 ଅନୁପାତରେ ଛେଦ କରେ ।

(f) Without using the equation of a straight line find the co-ordinates of the foot of the perpendicular drawn from the point (1, 1, 1) on the line joining the points (1, 4, 6) and (5, 4, 4).

ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ ବ୍ୟବହାର ନ କରି (1, 1, 1) ବିନ୍ଦୁରୁ (1, 4, 6) ଓ (5, 4, 4) ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟକୁ ଯୋଗ କରୁଥିବା ସରଳରେଖା ପ୍ରତି ଲମ୍ବର ପାଦବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥାନାଙ୍କ ନିରୂପଣ କର ।

(g) Prove that the following vectors can never be coplanar for any real value of λ :

ପ୍ରମାଣ କର ଯେ ନିମ୍ନ ପ୍ରଦତ୍ତ ଦିଶାଙ୍କଗୁଡ଼ିକ λ ର ଯେକୌଣସି ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟା ମୂଲ୍ୟ ପାଇଁ ଏକ ସମତଳୀୟ ହୋଇପାରିବେ ନାହିଁ :

$$(\lambda + 1)\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}, \; -\hat{i} + \lambda\hat{j} + \hat{k}, \; \lambda\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$$

(h) Using the method of elimination find the symmetrical form of equation of the line $6x + 8y + 3z = 10$ and $x + 2y + z = 3$.

ଅପସାରଣ ପଦ୍ଧତି ଅନୁସରଣ କରି $6x + 8y + 3z = 10$ ଓ $x + 2y + z = 3$ ସରଳରେଖାଦ୍ୱୟର ସମୀକରଣ ସମମିତ ରୂପରେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

5. Answer any **five** questions : 3×5=15

ଯେକୌଣସି ପାଞ୍ଚଟି ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ :

(a) State the fundamental principle of counting and using it find out the solution of the following problem :

Five cities A, B, C, D, E are connected with each other by straight roads. What is the number of such roads ?

ଗଣନ ନିୟମର ମୌଳିକ ତଥ୍ୟ ଉଲ୍ଲେଖ କର ଓ ଏହାକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ନିମ୍ନ ପ୍ରଦତ୍ତ ପ୍ରଶ୍ନର ସମାଧାନ କର :

ପାଞ୍ଚଟି ନଗର A, B, C, D, E ପରସ୍ପର ସହିତ ସିଧା ରାସ୍ତା ଦ୍ୱାରା ସଂଯୋଗ କରାଯାଇଅଛି । ଏପରି ରାସ୍ତାମାନଙ୍କର ସଂଖ୍ୟା କେତେ ?

(b) Find the greatest coefficient in the expansion of $(1+x)^{15}$.

$(1+x)^{15}$ ର ସଂପ୍ରସାରଣରେ ବୃହତ୍ତମ ସହଗଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(c) Show that for each real value of λ the system of equations

$$(\lambda+3)x + \lambda y = 0$$
$$x + (2\lambda+5)y = 0$$

has a unique solution.

ଦର୍ଶାଅ ଯେ λ ର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟା ମୂଲ୍ୟ ପାଇଁ ସହ ସମୀକରଣ

$$(\lambda+3)x + \lambda y = 0$$
$$x + (2\lambda+5)y = 0 \text{ ର}$$

ଏକ ଅନନ୍ୟ ସମାଧାନ ଅଛି ।

(d) If $A = \begin{bmatrix} 0 & -\tan\frac{\theta}{2} \\ \tan\frac{\theta}{2} & 0 \end{bmatrix}$, then prove that

$$\det\{(I+A)(I-A)^{-1}\} = 1.$$

$A = \begin{bmatrix} 0 & -\tan\frac{\theta}{2} \\ \tan\frac{\theta}{2} & 0 \end{bmatrix}$ ହେଲେ, ପ୍ରମାଣ କର ଯେ

$$\det\{(I+A)(I-A)^{-1}\} = 1 \text{ ।}$$

(e) If A and B are square matrices of same order then show by means of an example that $AB \neq BA$ in general.

A ଓ B ସମାନ ବର୍ଗର ବର୍ଗମାଟ୍ରିକ୍ସ ହେଲେ ଉଦାହରଣ ଦ୍ୱାରା ଦର୍ଶାଇ ଦିଅ ଯେ ସାଧାରଣତଃ $AB \neq BA$ ।

(f) A person draws three cards at random one after another from a pack of 52 cards. Find the probability that all these cards are spades.

ଜଣେ ଲୋକ 52 ପଟ ତାସ୍ ମୁଠାରୁ ଗୋଟାକ ପରେ ଗୋଟିଏ ତିନି ପଟ ତାସ୍ ଟାଣିଲେ । ସମସ୍ତ ତିନି ପଟ ତାସ୍ କଳାପାନ ହୋଇଥିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(g) Find the number of ways in which 5 non-distinguishable balls can be put into 4 boxes placed in a row.

ଗୋଟିଏ ଧାଡ଼ିରେ ଥିବା 4ଟି ବାକ୍ସରେ ପରସ୍ପର ମଧ୍ୟରେ ପାର୍ଥକ୍ୟ ନଥିବା 5ଟି ପେଣ୍ଡୁ ଯେତେ ଉପାୟରେ ରଖାଯାଇପାରିବ ତାହା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(h) Two balls are drawn from a bag containing 6 red and 4 yellow balls. Find the probability that at least one of the balls is yellow.

6ଟି ନାଲି ଓ 4ଟି ହଳଦିଆ ରଙ୍ଗର ପେଣ୍ଡୁ ଥିବା ଗୋଟିଏ ମୁଣିରୁ ଦୁଇଟି ପେଣ୍ଡୁ ନିଆଗଲା । ଏହି ଦୁଇଟି ପେଣ୍ଡୁ ମଧ୍ୟରୁ ଅତିକମ୍‌ରେ ଗୋଟିଏ ହଳଦିଆ ପେଣ୍ଡୁ ଥିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

Group – C

ଗ – ବିଭାଗ

(Marks – 30)

(୩୦ ନମ୍ବର)

6. Answer any **one** question : $7\frac{1}{2}$

ଯେକୌଣସି ଗୋଟିଏ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ :

(a) If (ଯଦି) $y = e^{m\sin^{-1}x}$ then (ତେବେ) prove that (ପ୍ରମାଣ କର ଯେ)

$$(1-x^2)\,y_{n+2} - (2n+1)\,x\,y_{n+1} - (n^2+m^2)\,y_n = 0.$$

(b) Find the minimum distance of a point on the curve $\frac{4}{x^2}+\frac{1}{y^2}=1$ from the origin.

ମୂଳ ବିନ୍ଦୁଠାରୁ $\frac{4}{x^2}+\frac{1}{y^2}=1$ ବକ୍ର ଉପରେ ଥିବା ବିନ୍ଦୁର କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ଦୂରତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

7. Answer any **one** question : $7\frac{1}{2}$

ଯେକୌଣସି ଗୋଟିଏ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ :

(a) Evaluate :

ମୂଲ୍ୟ ନିରୂପଣ କର :

$$\int_0^{\pi} \frac{x}{1+\sin x}\,dx.$$

(b) Solve :

ସମାଧାନ କର :

$$(x + \tan y)\, dy = \sin 2y\, dx$$

8. Answer any **one** question : $7\frac{1}{2}$

ଯେକୌଣସି ଗୋଟିଏ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ :

(a) Prove by vector method that in any triangle ABC,

ଦିଶାଙ୍କ ପ୍ରଣାଳୀରେ ପ୍ରମାଣ କର ଯେ ଯେକୌଣସି ତ୍ରିଭୁଜ ABC ରେ,

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

(b) Find the equation of the sphere inscribed in a tetrahedron whose faces are $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ and $2x + 2y + z = 1$.

ଯେଉଁ ଟେଟ୍ରାହେଡ୍ରନର ପାର୍ଶ୍ୱଗୁଡ଼ିକ $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ ଓ $2x + 2y + z = 1$ ସେହି ଟେଟ୍ରାହେଡ୍ରନରେ ଅନ୍ତର୍ଲିଖିତ ଗୋଲକର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(c) Solve the following LPP :

ନିମ୍ନ ପ୍ରଦତ୍ତ LPP ର ସମାଧାନ କର :

Maximize : $Z = 20x + 10y$

(ଗରିଷ୍ଠ ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର)

subject to : (ଯେପରିକି)

$$x + 2y \le 40$$
$$3x + y \ge 30$$
$$4x + 3y \ge 60$$
$$x,\ y \ge 0$$

9. Answer any **one** question : $7\frac{1}{2}$

ଯେକୌଣସି ଗୋଟିଏ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ :

(a) Solve the following system of equations by the matrix inversion method :

ମାଟ୍ରିକ୍ସ ବିଲୋମୀ ପଦ୍ଧତି ଦ୍ୱାରା ନିମ୍ନ ପ୍ରଦତ୍ତ ସହସମୀକରଣର ସମାଧାନ କର :

$$x + y + z = 4$$
$$2x - y + 3z = 1$$
$$3x + 2y - z = 1$$

(b) Prove that :

ପ୍ରମାଣ କର ଯେ :

$$C_1 - \frac{1}{2}C_2 + \frac{1}{3}C_3 - \ldots + (-1)^{n-1}\frac{1}{n}C_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{n}.$$

(c) The probability of a shooter hitting a target is $\frac{4}{5}$. Find the minimum number of times he

must fire so that the probability of hitting the target at least once is greater than 0.999.

ଜଣେ ବନ୍ଦୁକଚାଳନାକାରୀଙ୍କର ଗୋଟିଏ ଲକ୍ଷ୍ୟଭେଦ କରିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା $\frac{4}{5}$ । ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଯେ ତାଙ୍କୁ ସର୍ବନିମ୍ନ କେତେଥର ଗୁଳି ଚଳାଇବାକୁ ହେବ ଯେପରିକି ଅତିକମରେ ଥରେ ଲକ୍ଷ୍ୟଭେଦ କରିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା 0.999 ଠାରୁ ଅଧିକ ହେବ ।

SECTION – B

(As per 2011 to 2013 Syllabi)

*Answer **all** questions as per instructions given in each.*

ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରଶ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ନିର୍ଦ୍ଦେଶ ଅନୁଯାୟୀ ସମସ୍ତ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ ।

The figures in the right-hand margin indicate marks.

ଦକ୍ଷିଣ ପାର୍ଶ୍ଵ ମାର୍ଜିନ୍‌ରେ ନମ୍ବର ସୂଚିତ ହୋଇଅଛି ।

Electronic gadgets are not allowed in the examination hall.

ପରୀକ୍ଷା ହଲରେ ଇଲେକ୍‌ଟ୍ରୋନିକ ଯନ୍ତ୍ର ବ୍ୟବହାର ନିଷେଧ ଅଟେ ।

Group – A
କ – ବିଭାଗ
(Marks – 10)
(୧୦ ନମ୍ବର)

1. Answer **all** the questions : $1\times10=10$

ସମସ୍ତ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ :

(a) Write the value of *a* if $x^2+y^2-az^2-2x+6y-4z+1=0$ is the equation of a sphere.

$x^2+y^2-az^2-2x+6y-4z+1=0$ ଗୋଟିଏ ଗୋଲକର ସମୀକରଣ ହେଲେ *a* ର ମାନ ଲେଖ ।

(b) If $\begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix} = \alpha \begin{vmatrix} b & c & a \\ a & b & c \\ c & a & b \end{vmatrix}$, write th value of α.

$\begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix} = \alpha \begin{vmatrix} b & c & a \\ a & b & c \\ c & a & b \end{vmatrix}$ ହେଲେ α ର ମା ଲେଖ ।

(c) In how many ways can four persons sit at a round table ?

ଏକ ଗୋଲାକାର ମେଜକୁ ପରିବେଷ୍ଟନ କରି ଚାରିଜଣ ବ୍ୟକ୍ତି କେତେ ପ୍ରକାରରେ ବସିପାରିବେ ?

(d) Write the value of $\int e^x \sec x(1+\tan x)\,dx$.

$\int e^x \sec x(1+\tan x)\,dx$ ର ମୂଲ୍ୟ ଲେଖ ।

(e) Write the function which is its own derivative

ନିଜେ ନିଜର ଅବକଳଜ ହେଉଥିବା ଫଳନଟି ଲେଖ ।

(f) Write the unit vector in the direction o $\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$.

$\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$ ର ସମଦିଗରେ ଏକକ ଦିଶାଙ୍କଟି ଲେଖ ।

(g) Write the number of all possible outcomes on a simultaneous throw of three dice.

ତିନିଗୋଟି ଲୁଡୁ ଗୋଟିକୁ ଏକସଙ୍ଗେ ଗଡ଼ାଇଲେ ସମୁଦାୟ କେତେ ଗୋଟି ସମ୍ଭାବ୍ୟ ପରିଣାମ ରହିଛି ଉଲ୍ଲେଖ କର ।

(h) Write the degree of the differential equation $e^{\frac{dy}{dx}} = x^2$.

ଅବକଳ ସମୀକରଣ $e^{\frac{dy}{dx}} = x^2$ ର ଘାତ କେତେ ଲେଖ ।

(i) Write the equation of the plane parallel to the zx-plane and passing through the point (2, −4, 0).

zx-ସମତଳ ସହ ସମାନ୍ତର ତଥା (2, −4, 0) ବିନ୍ଦୁଗାମୀ ସମତଳଟିର ସମୀକରଣ ଲେଖ ।

(j) If $f'(x)$ changes sign from negative to positive as x crosses c, then which of the following is true ?

(i) f(c) is a local maximum.

(ii) f(c) is a local minimum.

c କୁ x ଅତିକ୍ରମ କରିବା ସହିତ $f'(x)$ ଯଦି ଋଣାତ୍ମକରୁ ଧନାତ୍ମକରେ ପରିଣତ ହୁଏ, ତେବେ ନିମ୍ନୋକ୍ତ କେଉଁ ଉକ୍ତିଟି ସତ୍ୟ ?

(i) f(c) ଏକ ସ୍ଥାନୀୟ ବୃହତ୍ତମ ମାନ ।

(ii) f(c) ଏକ ସ୍ଥାନୀୟ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ମାନ ।

Group – B

ଖ – ବିଭାଗ

(Marks – 60)

(୬୦ ନମ୍ବର)

2. Answer any **five** questions : $3 \times 5 = 15$

ଯେକୌଣସି ପାଞ୍ଚଟି ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ :

(a) Prove that the line through the points (3, 4, –5) and (2, –3, 1) is parallel to the plane $4x + 2y + 3z + 9 = 0$.

ପ୍ରମାଣ କର ଯେ (3, 4, –5) ଓ (2, –3, 1) ବିନ୍ଦୁଗାମୀ ରେଖା $4x + 2y + 3z + 9 = 0$ ସମତଳ ପ୍ରତି ସମାନ୍ତର ଅଟେ ।

(b) Find the equation of the sphere with centre at (2, –1, 4) and touching the plane $2x - y - 2z + 6 = 0$.

(2, – 1, 4) ବିନ୍ଦୁଠାରେ କେନ୍ଦ୍ର ଥାଇ $2x - y - 2z + 6 = 0$ ସମତଳକୁ ସ୍ପର୍ଶ କରୁଥିବା ଗୋଲକର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(c) Find a unit vector perpendicular to the vectors $\hat{i} + \hat{j}$ and $\hat{i} - \hat{k}$.

$\hat{i} + \hat{j}$ ଓ $\hat{i} - \hat{k}$ ଦିଶାଙ୍କଦ୍ୱୟ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ହେଉଥିବା ଗୋଟିଏ ଏକକ ଦିଶାଙ୍କ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(d) Using vector method show that the points A(2, 6, 3), B(1, 2, 7) and C(3, 10, –1) are collinear.

ଦିଶାଙ୍କ ପଦ୍ଧତିରେ ପ୍ରମାଣ କର ଯେ A (2, 6, 3), B(1, 2, 7) ଓ C(3, 10, –1) ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକ ଏକରେଖୀୟ ।

(e) Prove that the points (0, 1, 2), (2, 5, 8), (5, 6, 6) and (3, 2, 0) form a parallelogram.

ପ୍ରମାଣ କର ଯେ (0, 1, 2), (2, 5, 8), (5, 6, 6) ଓ (3, 2, 0) ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକ ଏକ ସାମନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର ଗଠନ କରନ୍ତି ।

(f) Find the maximum value of $Z = 20x + 30y$ and corresponding values of x and y subject to $3x + 5y \leq 15$ and $x, y \geq 0$.

$3x + 5y \leq 15$ ଓ $x, y \geq 0$ ହେଲେ, $Z = 20x + 30y$ ର ଗରିଷ୍ଠ ମାନ ଏବଂ ତତ୍ସମ୍ପୃକ୍ତ x ଓ y ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(g) Find the equation of the plane passing through the intersection of the planes $2x + 3y - 4z + 1 = 0$ and $3x - y + z - 17 = 0$ and the point (3, 2, 1).

$2x + 3y - 4z + 1 = 0$ ଓ $3x - y + z - 17 = 0$ ସମତଳଦ୍ୱୟର ଛେଦ ତଥା (3, 2, 1) ବିନ୍ଦୁଗାମୀ ସମତଳଟିର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(h) Find the vector $\overline{PQ}$, its magnitude and direction cosines if P and Q have co-

ordinates (2, −1, −1) and (−1, −3, 2) respectively.

P ଓ Q ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟର ସ୍ଥାନାଙ୍କ ଯଥାକ୍ରମେ (2, −1, −1) ଓ (−1, −3, 2) ହେଲେ ଦିଶାଙ୍କ $\overline{PQ}$, ଏହାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଏବଂ ଦିଶୀୟ କୋଟି ଜ୍ୟା ଦ୍ରୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

3. Answer any **five** questions : 3×5=15

ଯେକୌଣସି ପାଞ୍ଚଟି ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ :

(a) Factorize :

ଉତ୍ପାଦକରେ ପ୍ରକାଶ କର :

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ b+c & c+a & a+b \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix}$$

(b) If $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \\ 1 & x \end{bmatrix}$ and $AB = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$, find the value of x.

$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \\ 1 & x \end{bmatrix}$ ଓ $AB = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ ହେଲେ, x ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(c) Prove that 2, 6, 10, ... upto n^{th} factor $= \frac{(2n)!}{n!}$.

ପ୍ରମାଣ କର ଯେ 2, 6, 10, ... n-ତମ ଉତ୍ପାଦକ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ $= \frac{(2n)!}{n!}$ ।

(d) Prove that :

ପ୍ରମାଣ କର ଯେ :

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ x & y & z \\ p & q & r \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} y & b & q \\ x & a & p \\ z & c & r \end{vmatrix}$$

(e) A bag contains 4 black and 5 white balls from which 6 balls are drawn at random. Determine the number of ways in which at least 3 black balls can be drawn.

ଯଦି 4ଟି କଳା ଗୋଲି ଓ 5ଟି ଧଳା ଗୋଲି ଥିବା ଏକ ବ୍ୟାଗ୍ ମଧ୍ୟରୁ 6ଟି ଗୋଲି ଯଦୃଚ୍ଛା ବାହାର କରାଯାଏ, ତେବେ ସମୁଦାୟ କେତେ ପ୍ରକାରରେ ଅତି କମ୍‌ରେ 3ଟି କଳା ଗୋଲି ବାହାର କରାଯାଇପାରିବ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(f) A man has 6 friends. In how many ways can he invite two or more of them to a dinner party ?

ଜଣେ ବ୍ୟକ୍ତିଙ୍କର 6 ଜଣ ବନ୍ଧୁ ଅଛନ୍ତି । ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଦୁଇ ବା ତା'ଠାରୁ ଅଧିକ ବନ୍ଧୁଙ୍କୁ ସେ ସମୁଦାୟ କେତେ ପ୍ରକାରରେ ଏକ ନୈଶଭୋଜିକୁ ନିମନ୍ତ୍ରଣ କରିପାରିବେ ?

(g) Find the probability that all the 6 faces show different numbers when 6 dice are rolled.

6ଟି ଲୁଡୁ ଗୋଟିକୁ ଗଡ଼ାଇଲେ ମିଳୁଥିବା ସମସ୍ତ 6ଟି ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ସଂଖ୍ୟା ଦେଖା ଦେବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(h) 4 girls and 4 boys sit in a row. Find the probability that the 4 girls are together.

4 ଜଣ ବାଳିକା ଓ 4 ଜଣ ବାଳକ ଗୋଟିଏ ଧାଡ଼ିରେ ବସନ୍ତି । ସମସ୍ତ 4 ଜଣ ବାଳିକା ଏକତ୍ର ବସିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

4. Answer any **five** questions : $3 \times 5 = 15$

ଯେକୌଣସି **ପାଞ୍ଚଟି** ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ :

(a) Find the extreme value of $y = xe^{-x}$ and state whether it is maximum or minimum.

$y = xe^{-x}$ ର ଚରମ ମାନ ନିରୂପଣ କରି ତାହା ଅଧିକତମ କିମ୍ବା ନ୍ୟୂନତମ ଦର୍ଶାଅ ।

(b) Differentiate $(\tan x)^x$ with respect to x.

$(\tan x)^x$ ର x ଭିତ୍ତିକ ଅବକଳଜ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(c) Evaluate :

ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^x - e^{-x}}{x \cos x}.$$

(d) Find $\frac{dy}{dx}$ if $\sin x = \frac{2t}{1+t^2}$, $\tan y = \frac{2t}{1-t^2}$.

$\sin x = \frac{2t}{1+t^2}$, $\tan y = \frac{2t}{1-t^2}$ ହେଲେ $\frac{dy}{dx}$ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(e) If $z = \tan^{-1} \frac{x^3+y^3}{x+y}$, prove that

$$x\frac{\partial z}{\partial x} + y\frac{\partial z}{\partial y} = \sin 2z.$$

$z = \tan^{-1} \frac{x^3+y^3}{x+y}$ ହେଲେ, ପ୍ରମାଣ କର ଯେ

$$x\frac{\partial z}{\partial x} + y\frac{\partial z}{\partial y} = \sin 2z.$$

(f) Find the slope of the normal to the curve given by $x=3\cos\theta-\cos^3\theta$, $y=3\sin\theta-\sin^3\theta$ at $\theta=\frac{\pi}{4}$.

$\theta=\frac{\pi}{4}$ ପାଇଁ ନିମ୍ନୋକ୍ତ ବକ୍ରର ସମ୍ପୃକ୍ତ ବିନ୍ଦୁରେ ଅଭିଲମ୍ବର ସ୍ଲୋପ୍ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :

$$x=3\cos\theta-\cos^3\theta,\ y=3\sin\theta-\sin^3\theta$$

(g) If $2y=x(1+\frac{dy}{dx})$ prove that y_2 is a constant.

$2y=x(1+\frac{dy}{dx})$ ହେଲେ, ପ୍ରମାଣ କର ଯେ y_2 ଏକ ଧ୍ରୁବକ ଅଟେ ।

5. Answer any **five** questions : 3×5=15

ଯେକୌଣସି **ପାଞ୍ଚଟି** ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ :

(a) Evaluate :

ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{1+\tan x}$$

(b) Integrate :

ସମାକଳନ କର :

$$\int \frac{\ln x}{x^5}\,dx.$$

(c) Integrate :

ସମାକଳନ କର :

$$\int \frac{\sec\theta\tan\theta}{\sec^2\theta+4}\,d\theta.$$

(d) Solve :

ସମାଧାନ କର :

$$(1+x^2)\frac{dy}{dx}+2xy=\cos x.$$

(e) Form the differential equation whose general solution is $y=at+be^t$.

ସେହି ଅବକଳ ସମୀକରଣଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଯାହାର ବ୍ୟାପକ ସମାଧାନ $y=at+be^t$ ଅଟେ ।

(f) Integrate :

ସମାକଳନ କର :

$$\int \frac{e^{4x}}{e^{8x}+4}\,dx.$$

(g) Solve :

ସମାଧାନ କର :

$$\frac{dy}{dx}=\frac{1}{x^2-7x+12}.$$

Group – C
ଗ – ବିଭାଗ
(Marks – 30)
(୩୦ ନମ୍ବର)

6. Answer any **one** question : $7\frac{1}{2}$

ଯେକୌଣସି ଗୋଟିଏ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ :

(a) Find the equation of the sphere passing through the point (3, –5, 9) whose centre is the point of intersection of the line

$$\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-3}=\frac{z-2}{4}$$

with the plane $x + y + z - 8 = 0$.

ଯେଉଁ ଗୋଲକଟି (3, –5, 9) ବିନ୍ଦୁଗାମୀ ଓ ଯାହାର କେନ୍ଦ୍ରବିନ୍ଦୁଟି

$$\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-3}=\frac{z-2}{4}$$

ରେଖା ଓ $x + y + z - 8 = 0$ ସମତଳର ଛେଦବିନ୍ଦୁ ତାହାର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(b) Solve the following LPP graphically :

ଲେଖଚିତ୍ର ସାହାଯ୍ୟରେ ନିମ୍ନଲିଖିତ LPP ର ସମାଧାନ କର :

Minimize : $Z = 20x_1 + 10x_2$

(ସର୍ବନିମ୍ନ ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର)

subject to : (ଯେପରିକି)

$$x_1 + 2x_2 \leq 40$$
$$3x_1 + x_2 \geq 30$$
$$4x_1 + 3x_2 \geq 60$$
$$x_1,\ x_2 \geq 0$$

(c) If θ be the measure of the angle between the vectors $\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$ and $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$, find the value of $\sin\theta$.

$\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$ ଓ $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ ଦିଶାଙ୍କଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରୁ କୋଣ ପରିମାଣ θ ହେଲେ, $\sin\theta$ ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

7. Answer any **one** question : $7\frac{1}{2}$

ଯେକୌଣସି ଗୋଟିଏ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ :

(a) If A and B are two events such that $P(A) = 0.6$, $P(B) = 0.4$ and $P(A \cap B) = 0.2$, then find $P(A/B^C)$ and $P(B/A^C)$.

ଦୁଇଟି ଘଟଣା A ଓ B ପାଇଁ $P(A) = 0.6$, $P(B) = 0.4$ ଓ $P(A \cap B) = 0.2$ ହେଲେ, $P(A/B^C)$ ଓ $P(B/A^C)$ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(b) Prove that :

ପ୍ରମାଣ କର ଯେ :

$$C_0C_1 + C_1C_2 + C_2C_3 + \ldots + C_{n-1}C_n = \frac{(2n)!}{(n-1)!\,(n+1)!}$$

(c) Solve by Cramer's rule :

କ୍ରାମର୍‌ଙ୍କ ନିୟମ ସାହାଯ୍ୟରେ ସମାଧାନ କର :

$$2x + y + 2z = 2$$
$$3x + 2y + z = 2$$
$$-x + y + 3z = 6$$

8. Answer any **one** question : $7\frac{1}{2}$

ଯେକୌଣସି ଗୋଟିଏ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ :

(a) If $y = e^{m\cos^{-1}x}$ then prove that

$$(1-x^2)\,y_{n+2} - (2n+1)\,x\,y_{n+1} - (n^2+m^2)\,y_n = 0.$$

$y = e^{m\cos^{-1}x}$ ହେଲେ, ପ୍ରମାଣ କର ଯେ

$$(1-x^2)\,y_{n+2} - (2n+1)\,x\,y_{n+1} - (n^2+m^2)\,y_n = 0.$$

(b) Prove that the sum of the intercepts on the coordinate axes of any tangent to the curve $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$ is a constant.

ପ୍ରମାଣ କର ଯେ $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$ ବକ୍ର ପ୍ରତି ଯେକୌଣସି ସ୍ପର୍ଶକର ସ୍ଥାନାଙ୍କ-ଅକ୍ଷ ଉପରିସ୍ଥ ଛେଦାଂଶଦ୍ୱୟର ସମଷ୍ଟି ଏକ ଧ୍ରୁବକ ଅଟେ ।

Answer any **one** question : $7\frac{1}{2}$

ଯେକୌଣସି ଗୋଟିଏ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ :

(a) Solve :

ସମାଧାନ କର :

$$(x^2 + y^2)\,dx - 2xy\,dy = 0$$

(b) Prove that :

ପ୍ରମାଣ କର ଯେ :

$$\int_0^1 \frac{\ln x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx = \frac{\pi}{2}\ln\frac{1}{2}.$$