



[1]

छत्तीसगढ़ माध्यमिक शिक्षा मंडल, रायपुर

हायर सेकेण्ड्री सर्टिफिकेट परीक्षा वर्ष 2008-09

मॉडल प्रश्न पत्र (Model Question paper)

कक्षा:- 12वीं

Class 12th

विषय:- गणित

Subject:- Mathematics

समय:- 3 घण्टे

Time:- 3 Hours

पूर्णांक:- 100

Maximum Marks :- 100

सामान्य निर्देश- (i) सभी प्रश्न अनिवार्य है ।

(ii) कैलकुलेटर के प्रयोग की अनुमति "नहीं" है ।

Genral Instruction (i) All Question are Compulsory.

(ii) Use of the Calculators is "not" Permitted

निर्देश : (i) इस प्रश्न पत्र में कुल 30 प्रश्न है, जो "पांच खण्डों" में विभाजित है । खण्ड अ, ब, स, द, और इ ।

(ii) खण्ड "अ" में 10 प्रश्न है जिनमें से प्रत्येक "दो अंकों" का है ।

(iii) खण्ड "ब" में 8 प्रश्न है जिनमें से प्रत्येक "तीन अंकों" का है ।

(iv) खण्ड "स" में 6 प्रश्न है जिनमें से प्रत्येक "चार अंकों" का है ।

(v) खण्ड "द" में 4 प्रश्न है जिनमें से प्रत्येक "पांच अंकों" का है ।

(vi) खण्ड "इ" में 2 प्रश्न है जिनमें से प्रत्येक "छः अंकों" का है ।

(vii) सम्पूर्ण प्रश्न पत्र में विकल्प नहीं है, फिर भी खण्डों ब, स, द एवं इ में 2-2 प्रश्नों में आन्तरिक विकल्प है । ऐसे सभी प्रश्नों में आपको एक ही विकल्प हल करना है ।

Instruction : (i) This Question paper consist of the 30 Questions divided in "Five Sections" A, B, C, D and E

(ii) Section "A" Comprises of 10 Question of "Two marks" each.

(iii) Section "B" Comprises of 8 Question of "Three marks" each.

(iv) Section "C" Comprises of 6 Question of "Four marks" each.

(v) Section "D" Comprises of 4 Question of "Five marks" each.

(vi) Section "E" Comprises of 2 Question of "Six marks" each.

(vii) There is no overall choice however, internal choice has been Provided in Section B, C, D and E of 2-2 Questions. You have to attempt only one of the alternatives in all such questions.

खण्ड " अ "

Section " A "

प्रश्न 1- $\frac{x^3}{(1-x)^4}$ को आंशिक भिन्नो में भंग कीजिए ।

(2)

resolve $\frac{x^3}{(1-x)^4}$ into partial fractions.

प्रश्न 2:— यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ हो, तो $B'A'$ का मान ज्ञात कीजिए । (2)

If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ then find the Value of $B'A'$

प्रश्न 3:— सिद्ध कीजिए — (2)

$$\tan^{-1}1 + \tan^{-1}2 + \tan^{-1}3 = \pi$$

Prove that

$$\tan^{-1}1 + \tan^{-1}2 + \tan^{-1}3 = \pi$$

प्रश्न 4:— λ का मान ज्ञात कीजिए, यदि सदिश $2\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}, 2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$ और $\lambda\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$ समतलीय है । (2)

Find the Value of λ if the vectors $2\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}, 2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$ and $\lambda\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$ are coplanar.

प्रश्न 5:— यदि $y = \sin x^2 + \cos x^2$ हो, तो $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए । (2)

If $y = \sin x^2 + \cos x^2$ Then find the value of $\frac{dy}{dx}$

प्रश्न 6:— अवकल समीकरण (2)

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \kappa \left[1 + \left(\frac{dx}{dx} \right)^2 \right]^{\frac{5}{2}}$$

की कोटि तथा घात ज्ञात कीजिए ।

Find the Order and Degree of the differential equation $\frac{d^2y}{dx^2} = \kappa \left[1 + \left(\frac{dx}{dx} \right)^2 \right]^{\frac{5}{2}}$

प्रश्न 7:— यदि x की y पर और y की x पर समाश्रयण रेखाएँ क्रमशः
 $x = 4y + 5$ और $y = kx + 4$ हो तो सिद्ध कीजिए $0 \leq 4k \leq 1$ (2)

If the regression lines of x on y and of y on x are
 $x = 4y + 5$ and $y = kx + 4$ respectively then prove that $0 \leq 4k \leq 1$

प्रश्न 8:— एक क्रिकेट खिलाड़ी किसी गेंद को 100 मीटर दूरी पर फेंक सकता है । वही खिलाड़ी
उसी गेंद को कितनी उँचाई तक फेंक सकता है ? (2)

A Cricket Player can throw a ball up to 100 meters. How much high can the
player throw this ball ?

प्रश्न 9:— बूलियन बीजगणित $[B, +, \cdot, ']$ के किसी अवयव x के लिए सिद्ध कीजिए ।
 $x + 1 = 1$ (2)

For any element x of Boolean Algebra $[B, +, \cdot, ']$ Prove that
 $x + 1 = 1$

प्रश्न 10:— कम्प्यूटर के हार्डवेयर और साफ्टवेयर में कोई दो अंतर लिखिए । (2)

Write any two differences between Hardware and Software of the computer.

खण्ड “ ब ” Section “ B ”

प्रश्न 11:— $\frac{(\cos \theta - i \sin \theta)^{10}}{(\cos \theta + i \sin \theta)^{12}}$ को सरलतम रूप में व्यक्त कीजिए । (3)

Express in the simplest form -

$$\frac{(\cos \theta - i \sin \theta)^{10}}{(\cos \theta + i \sin \theta)^{12}}$$

प्रश्न 12:— a का मान ज्ञात कीजिए जब सदिश $3\hat{i} + 2\hat{j} + 9\hat{k}$ और $\hat{i} + a\hat{j} + 3\hat{k}$ समान्तर है । (3)

Find the values of a when the vectors $3\hat{i} + 2\hat{j} + 9\hat{k}$ and $\hat{i} + a\hat{j} + 3\hat{k}$ are parallel.

प्रश्न 13:— सिद्ध कीजिए कि फलन $f(x) = \cos x$ अन्तराल $0 \leq x \leq \pi$ के लिए ह्रासमान है। (3)

Prove that the function $f(x) = \cos x$ for the interval $0 \leq x \leq \pi$ is a decreasing function.

अथवा (OR)

यदि $x + y = 8$ हो तो $x.y$ का महत्तम मान ज्ञात कीजिए। (3)

If $x + y = 8$ then find the maximum value of $x.y$

प्रश्न 14:— अवकल समीकरण (3)

$x\sqrt{1+y^2}dx + y\sqrt{1+x^2}dy = 0$ को हल कीजिए।

Solve the differential equation

$x\sqrt{1+y^2}dx + y\sqrt{1+x^2}dy = 0$

अथवा (OR)

उन सभी परवलयों के लिए अवकल समीकरण ज्ञात कीजिए, जिसकी नाभिलम्ब $4a$ है तथा इसका अक्ष X-अक्ष के समान्तर है। (3)

Find the differential equation of all those parabolas whose latus rectum is $4a$ and its axis is parallel to the X -axis.

प्रश्न 15:— सिद्ध कीजिए कि सहसम्बन्ध गुणांक का मान -1 से $+1$ के मध्य होता है। (3)

Prove that the coefficient of correlation lies between -1 to $+1$.

प्रश्न 16:— तार्किक वाक्यों के लिए "डी-मार्गन के नियम" को लिखिए और उसे सिद्ध कीजिए। (1+2 = 3)

Write the De-Morgan's theorem for logical statement and Prove it.

प्रश्न 17:— कोण α पर क्रिया कर रहे दो बल P और Q का परिणामी बल P से 45° का कोण

बनाता है यदि $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ हो तो P:Q को ज्ञात कीजिए । (3)

Two forces P and Q making an angle α given the resultant makes an angle 45° with P If $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ then find P : Q

प्रश्न 18:— इन्टरनेट क्या है ? इसे प्रारंभ करने के लिए आवश्यक संसाधन लिखिए ।

What is Internet ? write the basic requirement to login it. (2+1 = 3)

खण्ड " स "

Section " C "

प्रश्न 19:— सिद्ध कीजिए — (4)

$$\begin{vmatrix} {}^x C_r & {}^x C_{r+1} & {}^x C_{r+2} \\ {}^y C_r & {}^y C_{r+1} & {}^y C_{r+2} \\ {}^z C_r & {}^z C_{r+1} & {}^z C_{r+2} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} {}^x C_r & {}^{x+1} C_r & {}^{x+2} C_r \\ {}^y C_r & {}^{y+1} C_r & {}^{y+2} C_r \\ {}^z C_r & {}^{z+1} C_r & {}^{z+2} C_r \end{vmatrix}$$

Prove that

$$\begin{vmatrix} {}^x C_r & {}^x C_{r+1} & {}^x C_{r+2} \\ {}^y C_r & {}^y C_{r+1} & {}^y C_{r+2} \\ {}^z C_r & {}^z C_{r+1} & {}^z C_{r+2} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} {}^x C_r & {}^{x+1} C_r & {}^{x+2} C_r \\ {}^y C_r & {}^{y+1} C_r & {}^{y+2} C_r \\ {}^z C_r & {}^{z+1} C_r & {}^{z+2} C_r \end{vmatrix}$$

अथवा (OR)

निम्न समीकरणों को क्रैमर नियम से हल कीजिए — (4)

Solve the following equation by using cramer's law

$$2x - y + 3z = 9$$

$$x + y + z = 6$$

$$x - y + z = 2$$

प्रश्न 20:— यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ हो, तो सिद्ध कीजिए (4)

$$A (\text{Adj } A) = (\text{Adj } A) A = |A| I$$

If $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ then prove that

$$A (\text{Adj } A) = (\text{Adj } A) A = |A| I$$

अथवा (OR)

यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 7 \end{bmatrix}$ हो, तो सिद्ध कीजिए (4)

$$2A^{-1} = 9I - A$$

If $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 7 \end{bmatrix}$ then prove that

$$2A^{-1} = 9I - A$$

प्रश्न 21:— प्रतिबन्ध ज्ञात कीजिए कि रेखाएँ $x = ay + b$, $z = cy + d$ और $x = a'y + b'$, $z = c'y + d'$ परस्पर लम्ब है । (4)

Find the condition that the lines $x = ay + b$, $z = cy + d$ and $x = a'y + b'$, $z = c'y + d'$ are perpendicular to each other.

प्रश्न 22:— $\int \frac{xe^x}{(x+1)^2}$ का मान ज्ञात कीजिए

Evaluate $\int \frac{xe^x}{(x+1)^2}$

प्रश्न 23:— एक समतल एक अक्षर (a, b, c) बिन्दु से गुजरता है और अक्षों को बिन्दु A, B, C पर काटता है । सिद्ध कीजिए कि गोले $\odot ABC$ के केन्द्र का बिन्दुपथ (Locus)

$$\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = 2 \text{ है ।} \quad (4)$$

A Plane passes through a constant point (a, b, c) and cuts the co-ordinate axes at

the points $A B C$ prove that the Locus of the centre of sphere $\odot ABC$ is

$$\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = 2$$

प्रश्न 24:— $\int \frac{x^2+1}{x^4-x^2+1} dx$ का मान ज्ञात कीजिए — (4)

Evaluate $\int \frac{x^2+1}{x^4-x^2+1} dx$

खण्ड “ द ” Section “ D ”

प्रश्न 25:— $\tan^{-1}\left(\frac{2x}{1-x^2}\right)$ का $\sin^{-1}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)$ के सापेक्ष अवकल गुणांक ज्ञात कीजिए । (5)

Find the differential coefficient of $\tan^{-1}\left(\frac{2x}{1-x^2}\right)$ with respect to $\sin^{-1}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)$

अथवा (OR)

यदि $x\sqrt{1+y} + y\sqrt{1+x} = 0$ हो, तो सिद्ध कीजिए $\frac{dy}{dx} = -(1+x)^{-2}$

If $x\sqrt{1+y} + y\sqrt{1+x} = 0$ then prove that $\frac{dy}{dx} = -(1+x)^{-2}$

प्रश्न 26:— एक बन्दुक की गोली एक लकड़ी के प्लेट को पार करने में अपने वेग का $\frac{1}{20}$ वां भाग खो देती है, वह गोली कम से कम कितनी प्लेटों को भेदकर रूक जायेगी । (5)

A rifle bullet loses $\frac{1}{20}$ of its velocity in passing through a plate of wood. What must be least number of plates required to stop the bullet.

अथवा (OR)

एक बिन्दु पर क्रिया कर रहे तीन बल P, Q, R सन्तुलन में हैं । P और Q के बीच

का कोण P और R के बीच के कोण का दुगुना है । सिद्ध कीजिए $R^2 = Q(Q - P)$ (5)

The three forces P, Q, R acting on a point are in equilibrium. The angle between p and Q is two times of the angle between p and R then prove that $R^2 = Q(Q - P)$

प्रश्न 27:— दो थैलों में से एक में 3 काली और 4 लाल गेंद हैं और दूसरे में 8 काली और 10 लाल गेंदें हैं । यदि किसी एक थैले को चुनकर उसमें से एक गेंद निकाली जाये तो उसके लाल होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए । (5)

Out of two bags, one contains 3 black and 4 red balls and the second bag contains 8 black and 10 red balls. If one bag is chosen and a ball is drawn from it, then find the probability that it is a red ball.

प्रश्न 28:— सिम्पसन नियम की सहायता से $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$ का मान ज्ञात कीजिए (जबकि 0 से 1 को चार समान भागों में बांटा जाये) एवं इसकी सहायता से π का सन्निकट मान दशमलव के दो स्थानों तक ज्ञात कीजिए । (4 + 2 = 6)

Find the value of $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$ by using Simpson's rule (when dividing the range 0 to 1 into four equal parts) and with the help of this find the approximate value of π upto two places of decimal.

खण्ड " इ " Section " E "

प्रश्न 29 — समाकलन विधि से रेखाओं $|x| + |y| = a$ से घिरे क्षेत्रफल को ज्ञात कीजिए । (5)

By using intergration method find the area bounded by the lines $|x| + |y| = a$

अथवा (OR)

योग सीमा के रूप में निश्चित समाकलन की परिभाषा से $\int_{-1}^1 e^x dx$ का मान ज्ञात कीजिए । तथा उत्तर की जांच मौलिक प्रमेय के आधार पर कीजिए । (4 + 2 = 6)

Evaluate $\int_{-1}^1 e^x dx$ from the definite integral as the limit of a sum, and check your answer by the basis of fundamental theorem.

प्रश्न 30 – सिद्ध कीजिए कि रेखाएँ $\vec{r} = \hat{i} + \hat{j} - \hat{k} + \lambda(3\hat{i} - \hat{j})$ तथा $\vec{r} = 4\hat{i} - \hat{k} + \mu(2\hat{i} + \hat{k})$ प्रतिच्छेद करती हैं और प्रतिच्छेद बिन्दु को भी ज्ञात कीजिए । (4+2= 6)

Prove that the lines $\vec{r} = \hat{i} + \hat{j} - \hat{k} + \lambda(3\hat{i} - \hat{j})$ and $\vec{r} = 4\hat{i} - \hat{k} + \mu(2\hat{i} + \hat{k})$ are intersect and also find the point of intersection.

अथवा (OR)

सरल रेखाओं $\vec{r} = 3\hat{i} + 5\hat{j} + 7\hat{k} + \lambda(\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k})$ और $\vec{r} = (\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}) + \mu(7\hat{i} - 6\hat{j} + \hat{k})$ के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए । न्यूनतम दूरी का समीकरण और उन बिन्दुओं के निर्देशांक भी ज्ञात कीजिए जहाँ यह दी गयी रेखाओं से मिलती है । (सदिश विधि से ही हल कीजिए) (3+2+1 = 6)

Find the shortest distance between the lines $\vec{r} = 3\hat{i} + 5\hat{j} + 7\hat{k} + \lambda(\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k})$ and $\vec{r} = (\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}) + \mu(7\hat{i} - 6\hat{j} + \hat{k})$ and also find the equation of short distance and co-ordinates of the points where shortest distance meets the given lines. (Solve by using vector methods)

-----X-----